Александр Казанцев

СЛЕДОПЫТ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТРОП

рассказ-гипотеза

В игре стремнин воображения
Поток бурливый напоен
Огнем идей, гипотез жжением
И тайной будущих времен.

Автор

Фирменный поезд «Урал» приближался к границе Европы и Азии.

В купе нас было трое: мы с сыном — капитаном первого ранга, инженером, который вместе со мной ехал в Свердловск, где ожидала меня премия «Аэлита», учрежденная Союзом писателей РСФСР совместно с журналом «Уральский следопыт». Третьим в купе был неизвестно как оказавшийся там пассажир. Я считал полку над собой свободной, но вдруг, когда в окнах замелькали трубы уральских заводов, сверху спустился Аркадий Николаевич, как отрекомендовался он нам, человек общительный и приятный, а главное, интересный!

В завязавшейся с попутчиком беседе мой сын, с увлечением спорящий о передовой роли фантастики, упомянул что на вокзале нас встретят уральские следопыты.

— Следопыты? Фантастика? — раздумчиво произнес Аркадий Николаевич. — В детстве увлекался этим. В зрелости отверг все антинаучное.

— Что же именно? — насторожился Олег, готовый защищать фантастику и меня.

— Имею в виду прежде всего «машину времени», излюбленную фантастами. Она противоречит основному закону природы — закону причинности, ибо не может следствие произойти раньше вызвавшей его причины.

— Конечно, конечно! — раззадорился Олег. — Хотите сказать, что нельзя перенестись в недавнее прошлое, встретиться с собственной бабушкой, когда она была хорошенькой, и жениться на ней, чтобы стать самому себе дедом!

Попутчик не рассмеялся, а серьезным тоном ответил:

— Вы великолепно выразили былое мое заблуждение.

— Заблуждение? — удивился я.

— Да. Ныне я допускаю реальность существования у каждого из нас собственной «машины времени».

— Вот это да! — восхитился Олег.

— Я имею в виду воображение. Оно способно перенести и в далекое прошлое, и в будущее, и за тридевять земель, где мы никогда не бывали, и даже к звездам.

Олег счел уместным прочесть строчки из моего сонета о фантазии:

— Фантазия — ума сверкание.
Искателей — звезда и друг…
Нет без фантазии сказания,

Нет без фантазии наук.

— Верно, — отозвался Аркадий Николаевич, глядя в окно, где промелькнул пограничный столб между Европой и Азией с небольшой толпой около него, в которой выделялась невеста в подвенечном платье. — Смотрите, какой прекрасный свадебный обычай у уральцев! Так вот, путешествие во времени невозможно лишь физически, как незамеченный сейчас нами переход из Европы в Азию. Но перенестись в другое время и присутствовать в нем рядом с историческими личностями, на мой взгляд, вполне возможно. Ведь можете же вы представить, что вот по этому тракту проезжал когда-то Демидов или шли в Сибирь закованные в кандалы колодники?

Мой Олег увлекся такой игрой воображения:

— А что? Значит, я могу стоять рядом с Наполеоном под Ватерлоо, слышать обращенный ко мне гневный приказ и почувствовать, как сумрачный император, скрестив руки на груди, задумчиво пройдет сквозь меня, как через фантом? Вот здорово!

Аркадий Николаевич загадочно улыбнулся:

— Если вам нравится такая ситуация, то ее вполне можно вообразить. Кстати, мы не удивляемся, что историки, археологи, геологи и палеонтологи переносятся в прошлое не на какие-нибудь два, три столетия, а на тысячи, миллионы, даже сотни миллионов лет! Они очерчивают берега бывших морей, волны которых словно бьются у их ног, наблюдают битвы доисторических ящеров, как бы присутствуя при этом в виде, как вы выразились, «фантомов».

— В игре стремнин воображения
Поток бурливый напоен
Огнем идей, гипотез жжением
И тайной будущих времен, —

закончил я начатый Олегом сонет.

— Почему только будущих? — возразил Аркадий Николаевич.- Но гипотезы жгут, это верно! Потому и интересно оказаться рядом с Ферма и узнать его доказательство великой теоремы.

— $x^n + y^n = z^n$, — вставил Олег, — где «n» для целых чисел или единица или двойка.

— Совершенно верно. Как известно, математики триста лет пытались найти доказательство, которое Ферма не сообщил, лишь сформулировав теорему, и не могли этого сделать.

— Хотя и создали для этого новый раздел математики — теорию алгебраических чисел! — заметил Олег.

Я-то знал его осведомленность в этом вопросе. В дорогу он взял книжку «Теорема Ферма», которую я тоже успел просмотреть. Возможно, наш сосед видел ее у нас и потому завел разговор о Великой теореме Ферма.

— Ферма в свое время не подозревал о подобном разделе математики, записав по-латыни на полях арифметики Диофанта.

— «Ни куб на два куба, ни квадрато-квадрат и вообще (заметьте, «вообще»!) никакая, кроме квадрата, степень не может быть разложена (заметьте, «разложена»!) на сумму таких же; я нашел удивительное доказательство этому, однако ширина полей не позволяет здесь его осуществить», — наизусть процитировал Аркадий Николаевич.

— В другом переводе, — заметил я, раскрывая книгу на нужной странице, — сказано: «Нашел поистине замечательное доказательство этого факта, но «поля» слишком малы, чтобы его уместить».

— Ну, это одно и то же!

— Но дальше так: «Следует со всей решительностью предостеречь читателя искать элементарное доказательство теоремы Ферма. Можно быть уверенным, что это будет лишь ненужная трата труда и времени. Во всяком случае, ни издательство, ни автор этой книги — (М. М. Постников «Теорема Ферма» М., Изд-во «Наука», 1978, т. I) — ни в какую переписку по поводу теоремы Ферма вступать не будут».

— Понятно! Сталкивался с этим не раз.

— А перед тем утверждается, что «Элементарное же доказательство теоремы Ферма… (Имеется в виду доказательство, не использующее никаких новых математических идей! — А. К.), хотя и закроет проблему, но большого значения для математики иметь не будет».

— Непременно должно, уверен, что непременно должно существовать самое простое и убедительное доказательство теоремы Ферма! — увлеченно заговорил Олег, вскочив с дивана. — Ведь современные ЭВМ показали правильность теоремы путем немыслимого числа пересчетов, на которые в былое время понадобился бы труд сотен поколений математиков с гусиными перьями в руках! Раз теорема практически верна, то и теоретически ее можно доказать.

— Я тоже уверен, что Ферма доказал свою теорему доступными ему методами. И ради того, чтобы убедиться в этом, готов пуститься в «путешествие во времени», пусть хоть в виде «фантома», как вы шутили. Словом, встретиться с самим Ферма, узнать его как человека, разгадать его характер и найти сделанное им доказательство.

Я покосился на своего попутчика. Мне приходилось встречаться и с «марсианином», приходившим ко мне домой точно так, как я четверть века назад описал в рассказе «Марсианин», и представившим мне серьезные доказательства о своем неземном происхождении, и со свидетелями приземляющихся из космоса «летающих тарелок», даже с приезжим из Львова, который явился ко мне, чтобы сообщить о своем «открытии» и назвался Иисусом Христом. Оказывается, любое желание этого техника по телевизорам телепатически передавалось окружающим, которые беспрекословно выполняли его. Видимо, я был исключением, и поэтому мне с немалым трудом удалось убедить его прислать мне подробное описание его открытия «самого себя». Второго «пришествия Христа» у меня дома не произошло, но, каюсь, я терзался тем, что упустил, быть может, интересного для науки человека, наделенного необыкновенными способностями.

Аркадий Николаевич не был телепатом, но, логически мысля, угадал мои опасения:

— Уверяю вас, я совершенно в своем уме. Кроме того, совсем не похож на тысячи дилетантов, пытавшихся доказать теорему Ферма, особенно после того, как немецкий любитель математики Вольфскель завещал в 1908 году 100 000 марок тому, кто докажет эту теорему.

— Но вы тоже старались это сделать?

— Нет. Я старался найти доказательство у Ферма.

Я решил не возражать. Олег понял меня без слов.

— Я расскажу вам все о Ферма. Заранее оговорюсь, что это может не совпасть с обычными представлениями о нем. Я наблюдал его, так сказать, из своей «машины времени». Но вижу его как живого!

— И вы говорили с ним? — осторожно спросил я.

— Конечно, нет! Я был лишь изучающим его «фантомом».

— Каков же он? Как выглядит? Вернее, как выглядел 300 лет назад?

— Мне он представляется веселым толстым человеком, которого служебные и семейные заботы не лишили страсти к розыгрышам.

— К розыгрышам?

— Он обожал задавать окружающим самые неожиданные загадки.

— Как принцесса Турандот! — вставил Олег.

— Пожалуй, потруднее. Мне он напоминал современных шахматных композиторов, к которым вы имеете отношение. Я видел одну из ваших книг с повестями и шахматными этюдами. Видимо, шахматы — ваше хобби?

— Отец — международный мастер по шахматным этюдам, — заметил с гордостью Олег.

— Ах вот как? Ну тем более вам будет понятен Ферма. Итак, всякий этюдист составляет по возможности трудный для решения шахматный этюд, не приводя его решения.

— Разумеется.

— Это решение скрыто от поверхностного взгляда. Если оно будет найдено, то доставит большую радость и наслаждение красотой заложенного в этюд замысла.

— Да, в этом прелесть шахматных этюдов, — подтвердил я.

— Ферма как раз и занимался подобными этюдами, правда, не в шахматах, хотя, видимо, увлекался ими, не оставив, к сожалению, никаких своих шахматных творений, «мансуб», как называли их в древности. Зато в математике…

— Он был выдающимся математиком своего времени.

— Он был гениальным открывателем, поэтом математики, давшим непревзойденные по красоте «математические этюды» и… вместе с тем шутником. Он делал все шутя. Шутя открыл систему координат, которую приписывают ныне Декарту. Шутя исследовал кривые второго порядка, эллипсы, параболы, гиперболы. И показал, что все они — конические сечения. Показал, по существу говоря, что бесконечность конечна, не заявив об этом прямо, но позволив нам с вами осознать это на примере сечения конусов. Конуса надо представить продолжением один другого, с соприкасающимися вершинами. Если пересечь конус плоскостью, перпендикулярной его оси, то в сечении получится круг. Наклоните эту секущую плоскость…

— Получится эллипс, — вставил Олег.

— Поворачивайте постепенно эту плоскость и увидите, как одна из осей эллипса будет удлиняться и удлиняться, пока конец ее не исчезнет.

— Ясно. Это произойдет, когда плоскость станет параллельной образующей конуса, — догадался Олег.

— Эллипс своей замыкающей частью как бы уйдет в бесконечность и превратится…

— В параболу!

— Ферма и дальше продолжал наклонять секущую плоскость конусов и… замыкающая часть сверхудлиненного эллипса вернулась на чертеж с противоположной стороны в виде гиперболы, показав тем, что «бесконечность конечна», что части кривых второго порядка возвращаются, словно вычерчиваются на исполинском, бесконечно большом, но все же реально закругленном шаре, который можно обогнуть сверхдлинным эллипсом, называемом гиперболой.

— И все это триста лет назад записал Ферма?

— Что вы! Ферма никогда или почти никогда (но об этом позже) не раскрывал до конца своих «математических этюдов», как я их называю по аналогии с шахматными. Ведь и вы, как уже сказали, не сообщаете шахматистам решения своих этюдов при их публикации. По существу, так же поступал и Ферма, но с большей, я бы сказал, масштабностью и значимостью. Представление о конечности бесконечной Вселенной — вопрос философский, которым ныне заняты современные мыслители. Но задача эта, о чем мало кто даже подозревает, была поставлена Ферма.

— Вот это человек! Академик! Бессмертный, как говорят во Франции! — восхитился Олег.

— Да, «бессмертный», — подтвердил Аркадий Николаевич,- но не по результатам выборов с тайным голосованием старцев в мантиях в Париже или по назначению высших властей, а будучи обыкновенным с виду французом Пьером Ферма, где-то служившим, в суде или в парламенте, многодетным, но БЕССМЕРТНЫМ по своим деяниям, которые имел возможность изучать лишь в тесной комнате с узкими окнами. Ее назвали бы теперь кабинетом, но едва ли такая мысль приходила в голову скромному французскому гению. Однако он тщательно запирался в ней, видимо, для того, чтобы ему не мешали. И составлял свои бессмертные математические этюды. Ведь не случайно, что их доказательства он прятал от всех, даже от самого себя, потом никак не мог их отыскать. Или ленился записывать их, делая вид, что у него нет листа бумаги, кроме чистых, но узких полей любимой «Арифметики» Диофанта. И он не удосуживался записывать свои открытия в манускрипты. В лучшем случае он писал интригующие (или, если хотите, озорные) письма своим современникам, математикам и вызывающе предлагал им доказать то, что им самим было доказано, но скрыто. Так и осталась потомкам часть сохраненных его писем и «Арифметика» Диофанта с исписанными его рукой полями.

— Так вот почему, как правило, доказательства Ферма до нас не дошли! Говорят, лучшим «решателем» его математических загадок был Эйлер? — вспомнил я книгу о теореме Ферма.

— Да, Эйлер восстановил скрытые Ферма доказательства большинства его теорем. Я не знаю, есть ли такие примеры в шахматах, которые, как принято считать, в какой-то мере отражают жизнь. Однако Великую теорему Ферма в общем виде доказать Эйлеру не удалось.

— А вам?

— Я был уверен, что ответ на это сможет дать лишь Ферма.

— И он дал вам этот ответ? Разве, будучи фантомом, вы могли с ним говорить, как сейчас со мной?

— Зачем говорить, когда можно читать? Я уже приводил вам слова Ферма о его теореме. Ведь и у вас, шахматистов, порой принято давать решателям трудных этюдов наводящие советы.

— Случается.

— Так и тут они есть, эти наводящие советы. Стоит вдуматься, почему на полях книги Диофанта, посмеясь над тем, что они слишком малы, Ферма, тем не менее, не скупился на повторения:

«Ни куб на два куба, ни квадрато-квадрат и вообще никакая, кроме квадрата, степень не может быть разложена на сумму двух таких же…» Ведь не для усиления отрицания употреблена здесь столько раз частица «НИ», а для того, чтобы подчеркнуть существование единого способа разложения степени на сумму слагаемых той же степени!

— Разве есть формула разложения степенных функций на два слагаемых в той же степени? — дотошно заинтересовался Олег.

— Конечно, есть! Ее дал все тот же Ферма! И я, или «фантом» в моем лице, легко обнаружил ее.

Прежде всего оговоримся: Ферма не утверждал, что его великая теорема касается показателей степени, выраженных только целыми числами, это следует лишь из косвенных рассуждений.

Общая формула разложения степенных функций на два таких же степенных слагаемых действительна не только для целых чисел, но анализ ее для целых чисел может дать ответ на трехсотлетний вопрос.

— Поистине хочется верить, что вы, хоть и в виде фантома, но побывали у Ферма, — пошутил я.

Но Аркадий Николаевич ответил вполне серьезно:

— По результатам, к которым я пришел, можно считать, что я побывал у Ферма, гениального шутника.

— Может быть, вы заразились у него склонностью к шуткам?… — в прежнем тоне продолжал я.

— Подожди, отец, — прервал меня Олег. — Я не поверил бы этому даже при виде вывезенной из прошлого трубки, которую курил Ферма. Покажите мне его формулы, которые убедили бы меня, впрочем, как и любого другого математика.

— Извольте. Есть у вас на чем записать?

Олег встал и достал из висевшей на плечиках форменной тужурки блокнот.

Я не стал вникать в беседу, которая перешла на более высокий математический уровень. Ограничусь лишь тем, что приведу вырванный Олегом листок из блокнота. Желающие без труда могут разобраться в нем, если не совсем забыли школьную математику, которая была тем фундаментом, на котором основывались выводы Ферма [1].

---

[1] Вот запись в блокноте:

«$x^n + y^n = z^n$. Для целых чисел «n» не может быть иным, чем 1 или 2.

Решение этой проблемы следует начинать с вывода общей формулы разложения степенной функции.

Ферма изобрел математический метод подстановки для решения задачи $x^3 + y^3 = a^3 + b^3$. При решении этого примера обычными методами сумма двух кубов представлялась не их суммой, а разностью. Ферма вышел из затруднения с помощью подстановки $x = t + 1$, с гордостью называя такой сдвиг «кривой», которым он пользовался и в других случаях — «мой метод». Этим «своим методом» Ферма воспользовался и в данном случае, полагая, что z — рациональное число, Ферма заменил его суммой двух рациональных слагаемых ($z = a + b$). Такая подстановка позволила ему получить ту общую формулу разложения степенных функций, на

Я рассматривал листок в блокноте, а Аркадий Николаевич, наклонясь ко мне, комментировал его:

— Можно проанализировать функцию $M = \varphi(n)$ в интервале от плюс до минус бесконечности, как и в случае с коническим сечением. И тогда в указанном интервале всем рациональным значениям «n», кроме первых и вторых, могут соответствовать в формуле бинома либо только одни рациональные, либо одни иррациональные значения этой функции. В силу такого свойства «Бинома Ферма» становится очевидным, что достаточно доказать всего один частный случай с показателем n, большем двух, и оно будет служить полным доказательством всей Великой теоремы Ферма.

— И все это написано рукой Ферма? — спросил я, показывая на листок блокнота.

— Нет,- рассмеялся Аркадий Николаевич. — Рукой вашего сына под мою диктовку.

— Под диктовку фантома, следившего за гусиным пером великого математика прошлого?

— Не совсем так. Подстановку, являющуюся его признанным методом, в его же бином, Ферма, очевидно, сделал сам без меня. Но это может сделать в наше время любой школьник. А вот требуемый для общего доказательства теоремы частный случай, в порядке исключения, записан гусиным, с вашего позволения, пером самого Ферма во всей полноте для квадрато-квадратов, как называл он четвертую степень. Предположение, что $x^4 + y^4 = z^4$ имеет решение в целых числах после остроумных, вполне безупречных преобразований, приводит к абсурду, когда целое число оказывается больше собственного квадрата, да еще сложенного с квадратом другого числа. Это приведено во всех книгах о теореме.

Поезд подходил к Свердловску.

которой, собственно, и базируется его «поистине удивительное» доказательство, и которую сегодня мы по праву должны назвать «Биномом Ферма»:
$(a + b)^3 = (a + mb)^3 + (ma + b)^3$, где $m = \varphi(n)$.]

— Знаете что, Аркадий Николаевич! Вы или шутник, или фантом, заглянувший по пути из прошлого в будущее в наш движущийся поезд «Урал».

— Что вы! Я обыкновенный ваш современник, знающий некоторые ваши книги и даже решавший этюды из них.

— Так почему же, черт возьми, вы не опубликовали это решение теоремы? Ведь вам причитается премия Вольфскеля!

— Увы! Вы сами только что читали предупреждение почтенного издательства. Кто же решится разделить со мной ответственность за противопоставление гипотезы всеобщему мнению математиков о недоказуемости элементарными способами теоремы Ферма?

— И все же она доказана! Мне хотелось бы познакомить с вами своих читателей.

— Извольте.

Он передал мне визитную карточку, напечатанную на меловой бумаге пишущей машинкой: «Аркадий Николаевич Кожевников, Главный специалист института Сибгипротранс. Новосибирск».

На обороте от руки был четко написан адрес: 630076, Новосибирск, 76. Вокзальная магистраль, 17, кв. 23.

— Прекрасно! — сказал я, пряча карточку в карман.- Вот теперь есть даже ваш адрес, по которому можно перевести 100 000 марок.

Аркадий Николаевич расхохотался:

— Для меня математика — это хобби, как для вас — шахматы. Что же касается премии, то она принадлежит потомкам Ферма. Ведь не я доказал его Великую теорему, а он сам. Я лишь нашел у него доказательство во время своего воображаемого «путешествия во времени» в виде фантома.

— Воображаемого? — с сомнением произнес я, искренне побаиваясь, что сейчас Аркадий Николаевич растворится в воздухе.

Но он не растворился и в шутливой форме продолжал:

— Боюсь, что ни я, ни потомки Ферма не слишком обрадуемся остаткам премии Вольфскеля.

— Почему остаткам?

— Вы, как фантаст, конечно, знаете, что одна одинокая и состоятельная почитательница великого фантаста Жюля Верна, после выхода его романа «Из пушки на Луну», завещала все свое значительное состояние первому человеку, который ступит на Луну. Таким оказался Армстронг. Так, представьте, в Париже ему вручили премию почтенной дамы XIX века. Но, увы, после двух мировых войн и неоднократных девальваций франка завещанной суммы хватило астронавту лишь для того, чтобы купить себе в Париже на память о Жюле Верне легкий плащ. Боюсь, что остатков премии Вольфскеля в марках хватит на одни рукава плаща.

В купе вбежал уходивший курить Олег:

— Подъезжаем! Сейчас нас встретят следопыты!

— Следопыты! Так вы, Аркадий Николаевич, и есть первый следопыт, который встретил нас, «следопыт математических троп»! Я сейчас познакомлю вас с другими следопытами, уральскими.

Но мне не пришлось этого сделать. Аркадий Николаевич, так и не пожав мне на прощание руки (в реальном, материальном пожатии!), шел сзади нас с Олегом. Но когда я оглянулся, сходя на перрон, где нас ждали милые, радушные уральцы, то своего «следопыта математических троп» уже не увидел.

— «Фантом»! — многозначительно шепнул мне Олег.

Но я не верю в «машину времени». Я, безусловно, провел час в обществе самого реального, смелого, оригинально мыслящего человека, которого можно найти по оставленному им адресу. Ведь «фантом» не мог передать что-либо материальное человеку чужого времени. Потом он знает наше время, говорил о современных книгах, даже шахматных этюдах! Это не «фантом», нет! Это наш современник!

— Мне хочется, — пообещал он мне, — досконально выяснить выражение от n.

Я не решился рассказать уральским следопытам о своей необычайной встрече, рассчитывая сделать это позже. Тем более, что был тогда закручен, оглушен, покорен гостеприимством уральцев, с которыми кровно связан еще со времен своей инженерной работы на одном из уральских заводов.

Теперь я исправляю свой промах, получив на то разрешение своего былого спутника по поезду «Урал», и стараюсь познакомить всех, кто прочтет рассказ-гипотезу (Гипотеза А. Н. Кожевникова!), с этим удивительным «следопытом математических троп».

[Особо интересующихся обращаю к своему роману о Пьере Ферма — «Острее шпаги», вышедшему отдельной книгой в издательстве «Молодая гвардия» в 1984 г. - Прим. авт.]